

Théveninin teoreema

Vesa Linja-aho

3.10.2014 (versio 1.0)

1 Johdanto

Portti eli **napapari** tarkoittaa kahta piirissä olevaa napaa eli sellaista solmua, johon voidaan kytkeä joku toinen piiri. Esimerkiksi auton akun navat ovat hyvä käytännön esimerkki napaparista.

Théveninin teoreeman mukaan mikä tahansa lineaarinen piiri (ideaalista virtalähdettä lukuunottamatta¹) voidaan esittää yhdestä portista katsottuna yhden jännitelähteen ja yhden vastuksen sarjaankytkentänä.² Tätä sarjaankytkentää kutsutaan **Théveninin lähteeksi**.

2 Théveninin lähteen muodostaminen

Théveninin lähdejännite E_T selvitetään yksinkertaisesti laskemalla alkuperäisen piirin portin **tyhjäkäyntijännite** eli jännite joka portissa on, kun siihen ei ole kytketty mitään ulkoista piiriä.

Théveninin lähteen resistanssi R_T voidaan selvittää kahdella tavalla:

Lähteiden sammuttamismenetelmä

Sammuttamalla kaikki piirin riippumattomat³ lähteet ja laskemalla portista näkyvä resistanssi.

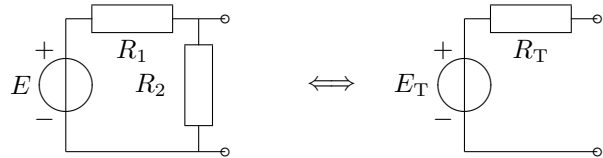
¹Valtonen, Lehtovuori 2011

²Silvonen 2009

³Riippumattoman lähteen vastakohta on ohjattu lähde, jonka arvo riippuu piirin jostain toisesta jännitteestä tai virrasta, ks. luku 7.

Oikosulkuvirtamenetelmä Selvittämällä portin oikosulkuvirta ja soveltamalla Ohmin lakia.

Muodostetaan kuvan 1 vasemman puolen piiristä Théveninin lähde (oikealla).



Kuva 1: Théveninin lähde.

Portin jännite saadaan laskemalla vastusten läpi kulkeva virta ja kertomalla se R_2 :lla. Tämä portin jännite, niin sanottu **tyhjäkäyntijännite**, on sama kuin Théveninin lähdejännite E_T

$$E_T = \frac{E}{R_1 + R_2} R_2$$

R_T voidaan ratkaista kahdella tavalla.

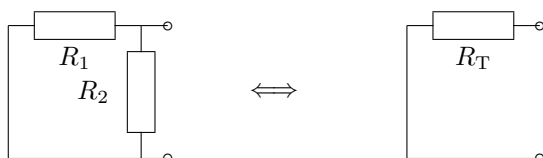
2.1 R_T lähteiden sammuttamismenetelmällä

Sammutetaan piirin kaikki lähteet, minkä jälkeen lasketaan napojen välinen resistanssi.

Sammutettu jännitelähde on jännitelähde, jonka jännite on nolla volttia, eli pelkkä johdin. Sammutettu virtalähde on virtalähde, jonka virta on nolla ampeeria, eli katkaistu johdin. Eli jännitelähde sammutetaan korvaamalla se oikosululla (jolloin $U = 0 \text{ V}$)

ja virtalähde sammutetaan korvaamalla se avoimella piirillä (jolloin $I = 0$ A).

Piirissä on vain yksi lähde, jännitelähde, joka sammutetaan korvaamalla se oikosululla (kuva 2).



Kuva 2: Jännitelähde sammutetaan korvaamalla se johtimella.

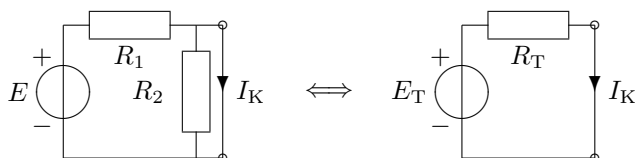
Nyt napojen välinen resistanssi on helppo laskea: R_1 ja R_2 ovat rinnan, joten resistanssiksi saadaan

$$R_T = \frac{1}{G_1 + G_2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Tämä tapa on yleensä helpompi ja nopeampi kuin oikosulkuvirtamenetelmä ja siten suositeltava silloin kun piirissä ei ole ohjattuja lähteitä (ks. luku 7).

2.2 R_T oikosulkuvirtamenetelmällä

Asetetaan napojen väliin oikosulku, ja lasketaan oikosulun läpi kulkeva virta eli portin **oikosulkuvirta** (Kuva 3).



Kuva 3: Oikosulkuvirran määrittäminen

Koska vastus R_2 on ohitettu oikosululla, sen läpi ei kulje virtaa ja oikosulkuvirran suuruus on

$$I_K = \frac{E}{R_1}$$

ja vastuksen R_T arvoksi saadaan (soveltamalla Ohmin lakia oikeanpuoleiseen kuvaan eli Théveninin

lähteeseen)

$$R_T = \frac{E_T}{I_K} = \frac{E_T}{\frac{E}{R_1}} = \frac{\frac{E}{R_1 + R_2} R_2}{\frac{E}{R_1}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Tulos on sama kuin lähteiden sammuttamismenetelmälläkin.

3 Lopputuloksen tarkastelua

Théveninin lähde käyttäytyy ulkopuolelta katsottuna samalla tavalla kuin alkuperäinen muunneltu piiri. Esimerkiksi jos komponenttiarvot ovat

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 1 \text{ k}\Omega \quad E_T = 12 \text{ V}$$

niin kuvan 4 vasemman- ja oikeanpuoleisia piirejä ei pysty mitenkään erottamaan toisistaan napojen välistä tehtävillä mittauksilla.



Kuva 4: Théveninin lähde.

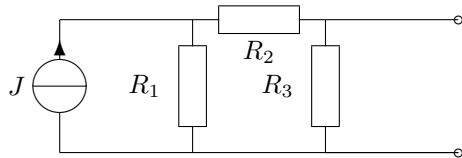
Molemmissa piireissä portissa on 6 V tyhjäkäyntijännite, oikosulkuvirta on 12 mA ja jos porttiin kytkee minkä suuruisen vastuksen (tai muun komponentin) tahansa, on vastuksen virta ja jännite sama molemmissa piireissä. Jos piirit olisi rakennettu kahden mustan laatikon sisään, ulkopuolisilla mittauksilla ei voi mitenkään selvittää, kumpi piiri on missäkin laatikossa.⁴

4 Toinen esimerkki

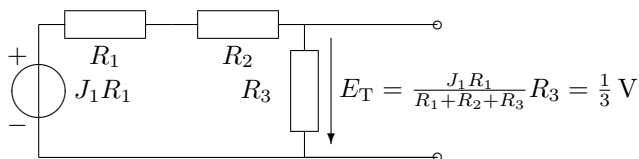
Muodostetaan alla olevasta piiristä Théveninin lähde. Kaikki komponenttiarvot ovat ykkösiä. (Vastukset

⁴Paitsi herkän lämpökameran avulla: vasemmanpuoleisessa piirissä kulkee jatkuvasti 6 mA virta vastusten R_1 ja R_2 läpi, joten piiri lämpenee kuormittamattomanakin $6 \text{ mA} \cdot 12 \text{ V} = 72 \text{ mW}$ teholla, toisin kuin oikeanpuoleinen piiri.

ovat jokainen $1\ \Omega$ ja virtalähde $J = 1\ \text{A}$.)

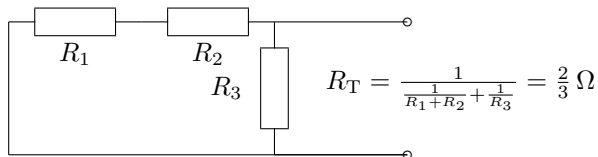


Ratkaisu: Selvitetään ensin Théveninin jännite E_T . Tämän voi tehdä esimerkiksi lähdemuunnoksen ja jännitteenjakosäännön avulla:

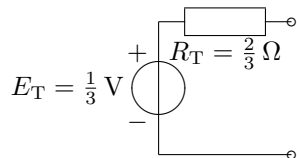


Ratkaistaan seuraavaksi Théveninin lähteen resistanssi R_T . Helpoiten tämä onnistuu sammuttamalla lähteet ja laskemalla portista näkyvä resistanssi (toinen tapa olisi oikosulkuvirran selvittäminen).

Resistanssin voi laskea joko alkuperäisestä tai muunnetusta piiristä, lopputulos on sama koska lähdemuunnos ei muuta piiri ulkoista toimintaa. Lasketaan muunnetusta piiristä, eli sammutetaan jännitelähde:

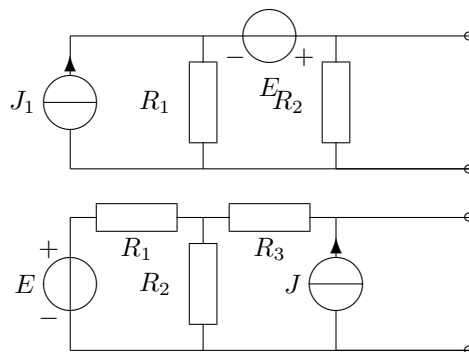


Vastukset R_1 ja R_2 ovat sarjassa, ja tämä sarjaankytkentä on rinnan R_3 :n kanssa. Nyt E_T ja R_T tiedetään, joten meillä on valmis Théveninin lähde:



5 Harjoitustehtäviä

Muodosta Théveninin lähde alla olevista piireistä. Kaikki komponenttiarvot = 1.



Ratkaisu: $E_T = 1\ \text{V}$ $R_T = 0,5\ \Omega$ ja $E_T = 2\ \text{V}$ $R_T = 1,5\ \Omega$

6 Sovelluksia

Théveninin lähde helpottaa joitain virtapiirilaskuja, kun monimutkainen osa piiristä voidaan pelkistää jännitelähteeksi ja vastukseksi.

Moni käytännön virtapiiri voidaan ajatella Théveninin lähteenä: esimerkiksi pistorasiasta voidaan mitata tyhjäkäyntijännite yleismittarilla ja sisäinen resistanssi asennustesterillä, jolloin saadaan laskettua oikosulkuvirta, jonka tulee olla riittävä johdonsuojalaitteiden toiminnalle.

Käytännön elektronikkalaitteet suunnitellaan yleensä tietyn toiminnon toteuttavina lohkoina ja on suunnittelijan kannalta kätevää, jos yhden lohkon toiminta voidaan mallintaa yksinkertaisella sijaiskytkennällä. Esimerkiksi vahvistimen lähtöä voidaan mallintaa Théveninin lähteellä, jolla on tietty lähdejännite ja lähtöresistanssi.

7 Ohjatut lähteet

Lähteiden sammuttamismenetelmässä sammutetaan kaikki riippumattomat lähteet ja lasketaan portista näkyvä resistanssi.

Resistanssin laskeminen piiristä, josta kaikki lähteet on sammutettu, on suoraviivaista, joten lähteiden sammuttamismenetelmä on kätevä silloin kun kaikki lähteet piirissä ovat riippumattomia.

Riippumattoman lähteen vastakohta on **ohjattu lähde**, jonka arvo riippuu piirin jostain toisesta jännitteestä tai virrasta.

Ohjattuja lähteitä puolestaan ei saa sammuttaa portista näkyvää resistanssia laskettaessa, ja resistanssin laskeminen piiristä jossa on ohjattuja lähteitä on tavallisesti työlästä.

Mikäli piirissä on ohjattuja lähteitä, Théveninin resistanssia selvitetessä kannattaakin käyttää oikosulkuvirtamenetelmää.

Oikosulkuvirtamenetelmä toimii aina, olipa piirissä ohjattuja lähteitä tai ei.

8 Muuta

Théveninin lähde voidaan muodostaa myös pelkistämällä piiriä piirimuunnoksien avulla kunnes lopputuloksena on jännitelähteen ja vastuksen sarjaankytkentä.

Théveninin teoreema pätee myös vaihtosähköpiireille: tällöin lähteenä on vaihtojännitelähde ja resistanssin tilalla on impedanssi.

Théveninin teoreeman kehitti ensimmäisenä vuonna 1853 saksalainen fyysikko Hermann von Helmholtz. Vuonna 1883 ranskalainen lennätininsinööri Léon Charles Thévenin päätyi itsenäisesti samaan tulokseen.⁵

Théveninin teoreemalle läheistä sukua on **Nortonin teoreema**, jossa piiri esitetään virtalähteen ja resistanssin rinnankytkentänä, **Nortonin lähteenä**. Nortonin lähde on käytännössä Théveninin lähde, jolle on tehty jännitelähde-virtalähdemuunnos.

9 Lähteet

Kimmo Silvonen: *Sähkötekniikka ja piiriteoria*. Otatieto, Helsinki. 2009.

Martti Valtonen, Anu Lehtovuori: *Piirianalyysi. Osa 1, Tasa- ja vaihtovirtapiirien analyysi*. Unigrafia,

⁵Silvonen 2009

Helsinki. 2011.

Kirjoittajasta

Artikkelin kirjoittaja Vesa Linja-aho, on koulutukseltaan sähkötekniikan ja elektroniikan diplomi-insinööri. Linja-aho työskentelee autoelektroniikan lehtorina Metropolia-ammattikorkeakoulussa. Aikaisemmin hän on toiminut yliopisto-opettajana Teknillisen korkeakoulun (nyk. Aalto-yliopisto) Teoreettisen sähkötekniikan laboratoriossa.

Oppiartikkelit-sarja

Tämä artikkeli on julkaistu Oppiartikkelit-lehdessä 3.10.2014. Oppiartikkelit ovat lyhyitä, vakiintuneeseen tieteelliseen tietoon perustuvia artikkeleita, jotka toinen alan asiantuntija on vertaisarvioinut.

Oppiartikkelit-lehti on vapaasti luettavissa osoitteessa <http://oppiartikkelit.fi>

Asiasanat: Théveninin teoreema, Théveninin lähde, oikosulkuvirtamenetelmä, lähteiden sammuttamismenetelmä, tyhjäkäyntijännite, oikosulkuvirta, Nortonin lähde

Esitietosuositukset: Kirchhoffin jännitelaki, Kirchhoffin virtalaki, Ohmin laki, lähdemuunnos, jännitelähde-virtalähdemuunnos